ROYAUME DU MAROC
ACADÉMIE HASSAN II DES SCIENCES ET TECHNIQUES

# DEUX RÉSULTATS SUR LES ESPACES ANNELÉS EN THÉORIE DES FAISCEAUX

**Conférence par Abdeslam KHALIFI MESNAOUI :**
***Mathématicien,***
***Ancien Professeur à l' Université Mohammed V (Maroc)***
***et à la Faculté des Sciences de Paris - Université la Sorbonne***

**Rabat – Lundi 18 mai 2015**

**Sa Majesté le Roi Mohammed VI - que Dieu Le garde -**
**Protecteur de l'Académie Hassan II**
**des Sciences et Techniques**

*Dans le cadre du cycle de conférences organisées par l'Académie Hassan II des Sciences et Techniques, et à l'occasion de la journée dédiée au grand mathématicien* ***Alexander GROTHENDIECK,*** *le 9 novembre 2015,*

*le Professeur Abdeslam KHALIFI MESNAOUI*

*a contribué par une conférence intitulée :*

**«DEUX RÉSULTATS SUR LES ESPACES ANNELÉS**

**EN THÉORIE DES FAISCEAUX»**

## Biographie du Professeur Abdeslam KHALIFI MESNAOUI

Né le 20 novembre 1939, El Jadida.

* Doctorat de 3ème Cycle Juin 1965 àFaculté des Sciences de Paris (Mention Très Honorable). Thèse préparée sous la direction du Professeur Claude Chevalley et concerne la solution d'un problème posé par Alexandre Grothendieck en théorie des espaces annelés, qui connaissait probablement sa solution, mais qu'il n'a pas publiée.

* Assistanat en Mathématiques à Paris à la Faculté des Sciences de Paris, du mois d'octobre 1965 au mois d'août 1968.

* Enseignement à la Faculté des Sciences de Rabat en tant que Maître de conférence à la Faculté des Sciences de Rabat à partir du mois d'octobre 1969.

* Doctorate of Philosophy.

Après une dizaine d'années passées comme enseignant à la faculté des Sciences de Rabat, départ en Angleterre, à L'Université de Londres (King's College) en vue de préparer un Ph.D sous la direction des Professeurs Luc Hodgkin, London University (K-theory) et Charles Thomas, Cambridge University and University College, London (surgery theory, cobordisms ).

Cette thèse concerne la solution détaillée d'un problème sur le calcul des cobordisme et bordisme complexes de l'espace classifiant du groupe généralisé des quaternions considéré par S.P Novikov (Médaille Fields en Mathématiques en 1970). Les résultats de cette thèse ont été appliqués à la solution d'une conjecture de Gilkey en topologie algébrique.

### Publications :

- Unitary bordism of classifying spaces of quarternion groups, Pacific J.Math. 142(1990), 49-67.

- Unitary cobordism of classifying spaces of quarternion groups, Pacific J.Math. 142(1990), 69-101.

- Complex bordism and free unitary actions of finite solvable groups with periodic cohomology on spheres, Math.Scand.71 (1992), pp : 206-212.

- Complex cobordism and finite solvable groups with periodic cohomology, Math.Scand.71 (1992), pp : 213-228.

Pr. Mesnaoui a étendu des résultats de P.Landweber sur la platitude de l'algèbre du cobordisme complexe de l'espace classifiant du groupe cyclique au cas du groupe généralisé des quaternions. Il a aussi calculé des homomorphismes transfert en cobordisme complexe concernant les sous-groupes cycliques du groupe des quaternions. Tous ces résultats feront partie d'un ouvrage en cours de rédaction.

### Autres activités :

- Création avec d'autres chercheurs du groupe de recherche MUGGA (Groupe Universitaire Marocain dédié à la recherche en géométrie et analyse) au début des années 1990.

Plusieurs travaux de recherche ont été menés par les membres de ce groupe dont l'encadrement de thèses de Doctorat d'Etat et de troisième cycle de plusieurs enseignants et étudiants, ce qui a pu renforcer le corps professoral en mathématiques des Facultés des Sciences de Fès, Casablanca, Rabat.

- Invitation à Rogers University (USA) en Mars 1996 pour exposer les résultats de ses travaux.

Bonjour,

D'abord, je voudrais remercier Monsieur le Secrétaire Perpétuel, ainsi que Monsieur le Chancelier de m'avoir invité à faire une communication au sein de cette journée, dédiée au grand mathématicien Alexander Grothendieck. En même temps, j'ai le plaisir de voir devant moi Monsieur le Professeur Michel Demazure dont j'avais entendu beaucoup parler à l'époque, quand j'étais étudiant à Paris; ainsi c'est un vrai plaisir de l'avoir avec nous ce matin.

Ma rencontre avec Alexander Grothendieck fut très brève. Cela s'était passé comme suit : alors que j'étais inscrit pour une préparation d'une thèse de 3$^{ème}$ cycle sous la direction du grand Professeur Claude Chevalley, celui-ci m'avait pris à part, à la fin de l'un de ses cours et m'avait dit : «il y a un résultat intéressant d'Alexander Grothendieck, dont il n'a pas publié la démonstration; si vous arrivez à en donner la preuve exacte, ce sera une bonne thèse de 3$^{ème}$ cycle». C'était le premier contact indirect que j'avais eu avec Grothendieck.

Juste quelques mots sur ce grand personnage comme l'a dit Monsieur le Professeur Demazure, son influence a été très grande. D'abord avec les nouvelles méthodes qu'il avait introduites en Analyse fonctionnelle, durant son séjour au Brésil, méthodes qui suscitèrent l'admiration de mathématiciens chevronnés comme Dieudonné, Carton, Shwartz et autres. Son influence a été importante dans d'autres domaines; par exemple c'était lui l'inventeur de la K-théorie topologique, développée par le Professeur Atiyah (médaille Field); également le Professeur Sato a utilisé ses méthodes pour fonder la théorie de l'analyse microlocale; il avait eu également une grande influence en algèbre homologique avec son fameux article paru dans le Tohôku «sur quelques points d'algèbre homologique». Sa théorie des motifs est la source de nombreuses recherches actuelles.

Disons tout de suite que l'introduction par Grothendieck de la théorie des schémas avait révolutionné la géométrie algébrique mais n'a pas tué la géométrie classique; par exemple, les recherches sur les courbes algébriques sont très florissantes, même en ce moment. C'était donc une théorie nouvelle qui allait en parallèle avec la théorie classique, développée en particulier par l'école italienne (Severi, Bompieri et autres).

Juste une anecdote : lorsque le livre de Cartan-Eilenberg sur l'algèbre homologique était apparu en 1983, celui-ci avait eu un grand impact sur la géométrie algébrique et la topologie algébrique; à tel point que Grothendieck l'appelait le «Coran»; mais Chevalley avait un avis différent; il me disait que c'était un bon livre, mais qui ne contenait aucune démonstration.

C'était un plaisir de travailler avec Chevalley, un personnage très attachant. J'avais dû abandonner la géométrie algébrique à la Grothendieck, parce que la façon d'écrire de Dieudonné; qui rédigeait ses ouvrages, est assez rébarbative (pour moi du moins !).

En effet lorsque vous lisez les livres sur la théorie des schémas de Grothendieck-Dieudonné, vous êtes toujours renvoyé soit à des pages antérieures, soit à des ouvrages comme les «Bourbakis»; j'avais l'impression que mon cerveau était comme une boule de flipper qui se déplaçait dans tous les sens. Ce qui précède m'avait découragé à poursuivre les études dans ce domaine. En fait, je me suis tourné vers la topologie algébrique, mais beaucoup d'années plus tard.

La théorie des schémas de Grothendieck est basée sur la théorie des faisceaux, les suites spectrales, la cohomologie à valeurs dans un faisceau ; ces théories et outils ont été inventés par le grand mathématicien Jean Leray, que je place très haut dans la chronologie des mathématiciens du siècle dernier. De plus, les recherches de topologues importants tels que Novikov, Adams etc., sont basées sur ces notions, d'une manière primordiale. Je trouve que l'influence de Jean Leray n'est pas suffisamment soulignée, ce qui est un peu injuste.

Pour changer un peu, je vais faire des mathématiques. Je m'excuse auprès des non spécialistes qui ne vont peut-être pas tout comprendre; pour les autres je vais comprimer mon exposé au maximum.

La géométrie algébrique moderne utilise d'une manière intensive la théorie des faisceaux, qui sont à la base de l'introduction de la théorie des schémas par A.Grothendieck, ce qui a constitué une révolution authentique de la géométrie algébrique classique.

**Catégories**

Une catégorie $\mathcal{C}$ consiste en une famille d'objets notée Obj $\mathcal{C}$ et pour chaque couple d'objets A,B en un ensemble $\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,B)$ appelé l'ensemble des morphismes de A dans B. Pour chaque triplet A,B,C d'objets de $\mathcal{C}$ on a une application qui associe à tout $f \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,B)$ et $g \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(B,C)$, un élément $h \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,C)$, noté g of ; cette loi de composition est supposé être associative; de plus pour chaque $A \in$ Obj $\mathcal{C}$ il existe un morphisme noté $1_A$ tel que $1_A \circ f = f$, $g \circ 1_A = g$, pour tout $f \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(B,A)$ et $g \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,C)$. Comme exemples on peut citer la catégorie **Ens** dont les objets sont les ensembles et les morphismes les applications d'ensembles, la catégorie **Top** dont les objets sont les espaces topologiques et les morphismes les applications continues, la catégorie **Ann** dont les objets sont les anneaux et les morphismes les homomorphismes d'anneaux, la catégorie des groupes, etc... Soient deux catégories $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ; un foncteur covariant F de $\mathcal{C}$ à $\mathcal{C}'$ est une opération qui associe à tout objet A de $\mathcal{C}$ un objet F(A) de $\mathcal{C}'$ et à tout morphisme $f \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,B)$ un morphisme F(f) de $\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}'}(F(A),F(B))$ qui doivent vérifier les propriétés suivantes:

$$F(1_A) = 1_{F(A)} \text{ et } F(g \circ f) = F(g) \circ F(f),\ f \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,B),\ g \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(B,C).$$

Une transformation naturelle $\phi$ entre deux foncteurs F et G de $\mathcal{C}$ à $\mathcal{C}'$ associe par définition pour tout objet A de $\mathcal{C}$ un morphisme $\phi(A)$ de $\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}'}(F(A),G(A))$ tel que si $f \in \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,B)$ , le diagramme suivant soit commutatif:

$$\begin{array}{ccc} \phi(A) : F(A) & \rightarrow & G(A) \\ F(f) \downarrow & & \downarrow G(f) \\ \phi(B) : F(B) & \rightarrow & G(B) \end{array}$$

Un foncteur F de $\mathcal{C}$ dans $\mathcal{C}'$ admet un foncteur adjoint à droite de F* de $\mathcal{C}'$ dans $\mathcal{C}$ si l'on a un isomorphisme fonctoriel:

$$\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}'}(F(A),A') \cong \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(A,F^*(A'))$$

A un objet de $\mathcal{C}$ et A' un objet de $\mathcal{C}'$ quelconques

**Préfaisceaux et faisceaux**

Soit $\mathcal{C}$ une catégorie quelconque ; on appelle préfaisceau sur un espace topologique X , la donnée pour tout ouvert U de X d'un objet noté $\mathcal{F}$(U) de $\mathcal{C}$ vérifiant les propriétés suivantes: si $V \subset U$ alors il existe un morphisme $\rho_{VU} \in Hom_{\mathcal{C}}(\mathcal{F}(U), \mathcal{F}(V))$,appelé la restriction, tel que si $W \subset V \subset U$ on a: $\rho_{WU} = \rho_{WV} o\, \rho_{VU}$. On remplace plus brièvement la notation $\rho$ par une barre I , employée usuellement pour la restriction, surtout lorsqu'il s'agit des catégories usuelles $\mathcal{C}$ =**Ens, Ann, Gr** ( catégorie des groupes ). Dans la suite on considérera uniquement l'une de ces catégories.

Un préfaisceau $\mathcal{F}$ est un faisceau à valeurs dans la catégorie $\mathcal{C}$ si la condition suivante est vérifiée: si $U= \cup U_i$ , $i \in I$ , $s_i \in \mathcal{F}(U_i)$ pour chaque i et en plus $s_i I\, U_i \cap U_J = s_j I\, U_i \cap U_J$ i,j quelconques de I, alors il existe un élément s de $\mathcal{F}$ (U) unique tel que: $s\, I\, U_i = s_i$ pour tout i.

**Image directe et image réciproque d'un préfaisceau**

Soient $\psi$ une application continue de l'espace topologique X dans l'espace topologique Y, $\mathcal{F}$ un préfaisceau sur X à valeurs dans $\mathcal{C}$ ; l'image $\psi_*(\mathcal{F})$ est le préfaisceau sur Y défini par $\psi_*(\mathcal{F})(U)=\mathcal{F}(\psi^{-1}(U))$ , U un ouvert de Y; si $\mathcal{F}$ est un faisceau, son image sur Y l'est aussi. Les catégories usuelles admettent les limites inductives, ce qui permet de définir les fibres d'un préfaisceau$\mathcal{F}$ sur X: la fibre $\mathcal{F}_x$ est égale, par définition, à la limite inductive des $\mathcal{F}$ (U) où U parcourt un système fondamental de voisinages ouverts de X ; pour tout ouvert U de X on a une application canonique $\rho_{U,x} : \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{F}_x$ ; notons que les fibres sont des objets de $\mathcal{C}$ et l'application juste mentionnée est un morphisme de $\mathcal{C}$ ; d'autre part un élément de $\mathcal{F}$(U) est déterminé d'une manière unique par ses images sur les fibres attachées aux éléments de l'ouvert U ,ce qui est immédiat en vertu des propriétés des limites inductives.

Soit $\mathcal{G}$ un préfaisceau sur Y; son image réciproque $\psi^*(\mathcal{G})= \mathcal{G}'$ sur X est définie de la manière suivante: un élément t de $\mathcal{G}'$(U), U un ouvert de X, est une famille { $t_x$ de la fibre de $\mathcal{G}$ en $\psi(x)$, x dans U, telle que si u est dans U il existe un ouvert V de Y contenant $\psi(u)$, un ouvert W de X contenant u, $W \subset \psi^{-1}(V) \cap U$, un élément s de $\mathcal{G}$ (V) avec $t_u=s_v$ , $v=\psi(u)$ , pour tout u de W}. L'image réciproque du préfaisceau $\mathcal{G}$ sur Y est un faisceau sur X.

**Catégorie des préfaisceaux et celle des faisceaux sur X**

Il suffit de définir la catégorie $\mathcal{P}_X$ des préfaisceaux sur X ,à valeurs dans $\mathcal{C}$ . Les objets de cette catégorie sont les préfaisceaux sur X ; un morphisme du préfaisceau $\mathcal{F}$ dans le préfaisceau $\mathcal{G}$ consiste en une famille de morphismes de $\mathcal{C}$ notée $\phi$ (U) $\in Hom_{\mathcal{C}}(\mathcal{F}(U), \mathcal{G}(U))$ , U ouvert de X , compatibles avec les restrictions ; en passant aux limites inductives on obtient un morphisme $\phi_x : \mathcal{F}_x \longrightarrow \mathcal{G}_x$ , x dans X.

## Catégorie des préfaisceaux et celle des faisceaux en général

La catégorie des préfaisceaux $\mathcal{P}_r$ a pour objets les couples ( X, $\mathcal{F}$ ), X un espace topologique, $\mathcal{F}$ un préfaisceau sur X; un morphisme de (X,$\mathcal{F}$) dans (Y,$\mathcal{G}$) est un couple ($\psi, \theta$) où $\psi$ désigne une application continue de X dans et $\theta$ un morphisme de $\mathcal{G}$ dans $\psi_*(\mathcal{F})$ qui sont des préfaisceaux sur Y . On a une définition analogue concernant la catégorie des faisceaux $\mathcal{F}_a$ .

## Retour à l'image réciproque d'un préfaisceau

Soient X et Y deux espaces topologiques, $\psi$ une application continue de X dans Y , $\mathcal{G}$ un préfaisceau sur Y ; on a un morphisme de préfaisceaux sur Y, noté $\varrho_{\mathcal{G}}$de $\mathcal{G}$ dans $\psi_*( \psi^*(\mathcal{G}))$ défini sur un ouvert V de Y par { s=($s_u$ ) , u∈ V) } ⟶ {t= ( $s_v$ ), v=$\psi$(x) , x∈ $\psi^{-1}$( V)}. Il n'est difficile de voir que $\varrho$ donne un isomorphisme $\varrho_x$ sur les fibres, de $\mathcal{G}_{\psi(x)}$ sur $\psi^*(\mathcal{G})_x$ , x∈ V.

## Un isomorphisme canonique

On conserve la notation ci-dessus; si $\mathcal{F}$ est un faisceau sur X, $\mathcal{G}$ un préfaisceau sur Y ; on a un isomorphisme canonique : $\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(\psi^*(\mathcal{G}), \mathcal{F}) \Leftrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathcal{C}'}(\mathcal{G},\psi_*(\mathcal{F}))$ , $\mathcal{C}$ étant la catégorie des faisceaux sur X et $\mathcal{C}'$ celle des préfaisceaux sur Y; cet isomorphisme est donné par $\{\theta\colon \psi^*(\mathcal{G})\longrightarrow \mathcal{F} \Longrightarrow \psi_*(\theta) \circ \varrho_{\mathcal{G}} : \mathcal{G} \longrightarrow \psi_*( \psi^*(\mathcal{G})) \longrightarrow \psi_*(\mathcal{F}) \}$. Le morphisme $\theta$ donne morphisme sur les fibres $\theta_x^{\#} : \mathcal{G}_{\psi(x)}= \psi^*(\mathcal{G})_x \longrightarrow \mathcal{F}_x$ , x∈X.

## Catégories Espann et Espannloc des espaces annelés et espaces annelés locaux

La catégorie des espaces annelés a pour objets les couples ( X, $\mathcal{F}$ ) , X étant un espace topologique et $\mathcal{Q}$ un faisceau d'anneaux sur X ( ie: les éléments $\mathcal{F}$ (U), U ouvert , sont des anneaux commutatifs unitaires); un morphisme de ( X,$\mathcal{F}$ ) dans (Y, $\mathcal{G}$ ) consiste en pairs ( $\psi, \theta$ ) , $\psi$ désignant une application continue de X dans Y et $\theta$ un morphisme de faisceaux $\mathcal{G} \longrightarrow \psi_*(\mathcal{F})$ , tels que pour tout ouvert U de Y les applications $\theta(U) : \mathcal{G}(U) \longrightarrow \psi_*(\mathcal{F})(U) = \mathcal{F}(\psi^{-1}(U))$ soient des homomorphismes d'anneaux , ce qui entraine que sur les fibres , l'application $\theta_x : \mathcal{G}_{\psi(x)} \longrightarrow \mathcal{F}_x$ , x∈X, est un homomorphisme d'anneaux. La catégorie des espaces annelés locaux est une sous catégorie de la catégorie précédente telle que les fibres soient des anneaux locaux et que le morphisme ci-dessus $\theta$ donne sur les fibres un homomorphisme local $\theta_x : \mathcal{G}_{\psi(x)} \longrightarrow \mathcal{F}_x$ . Ces

catégories sont notées respectivement Espann et Espannloc. On a un foncteur canonique J, l'injection identité de Espannloc dans Espann.Le premier résultat est le suivant :

**Théorème A** Le foncteur J admet un adjoint à droite $J^*$de Espann dans Espannloc.

Ceci veut dire que si (X, $\mathcal{F}$) est un objet de Espann et (Y, $\mathcal{G}$) un objet de Espannloc on a un isomorphisme fonctoriel: $\mathrm{Hom}_{\mathrm{Espannloc}}((Y, \mathcal{G}), J^*(X,\mathcal{F})) \backsimeq \mathrm{Hom}_{\mathrm{Espann}}((Y, \mathcal{G}), (X,\mathcal{F}))$.

La démonstration détaillée se trouve dans un fascicule déposé au secrétariat de l' Académie mis à la disposition des personnes intéressées. Cependant je vais donner quelques définitions. Soit :$J^*(X,\mathfrak{F}) = (X_0,\mathfrak{F}_0)$.On doit montrer qu'il existe un morphisme canonique $\Omega = (\omega, \lambda) \in Hom_{Espann}((X_0,\mathfrak{F}_0), (X,\mathfrak{F}))$ tel que si ( Y, $\mathfrak{B}$) est un objet quelconque de Espann et $\Psi = (\psi, \theta)$ un morphisme quelconque de l'ensemble $Hom_{Espann}((Y, \mathfrak{G}), (X,\mathfrak{F}))$, alors il existe un morphisme unique $\Psi' = (\psi', \theta')$ de l'ensemble $Hom_{Espannloc}((Y, \mathfrak{G}), ((X_0,\mathfrak{F}_0))$ tel que $\Psi = \Omega o \Psi'$. Dans cet exposé je vais donner uniquement la définition de l'espace topologique $X_0$ et celle du faisceau $\mathfrak{F}_0$ .

L es éléments de $X_0$ sont les idéaux premiers des fibres $\mathfrak{F}_x$ , $x \in X$ . Posons $\mathbb{S}_x$= spectre $\mathfrak{F}_x$; l'ensemble $X_0$ est la somme directe des ensembles sous-jacents aux $\mathbb{S}_x$ ,$x \in X$ . La topologie de $X_0$ est définie comme suit: soit U un ouvert de X, $f \in \mathfrak{F}(U)$, $f_x$ le germe de f en x, O(f,U) l'ensemble des idéaux premiers des $\mathfrak{F}_x$ , ne contenant pas $f_x$, $x \in U$. Les ensembles de la forme O(f,U) sont les ouverts de $X_0$. En général, la topologie ainsi définie n'est pas la somme directe des espaces $\mathbb{S}_x$, $x \in X$.

Soit $\mathfrak{p} \in X_0$ ; $\mathfrak{p}$ est un idéal premier d'une fibre $\mathfrak{F}_x$ , $x \in X$; on pose $\omega(\mathfrak{p})= x$; $\omega$ est une application continue de $X_0$ dans X. Le faisceau $\mathfrak{F}_0$ est construit comme suit : soit $\tau_{\mathfrak{p}}$ l'application de localisation de la fibre de $\mathfrak{F}$ en $\omega(\mathfrak{p})$ dans son localisé, noté $\mathfrak{F}_{\mathfrak{p}}$ . Soit W un ouvert de $X_0$; $\mathfrak{F}_0(W)$ est l'ensemble des $(a_{\mathfrak{p}}) \in \prod \mathfrak{F}_{\mathfrak{p}}$ , $\mathfrak{p} \epsilon W$, qui satisfont à la condition suivante: pour tout $\mathfrak{p} \in W$, il existe un ouvert U de X, des éléments f,s de $\mathfrak{F}(U)$ tels que O(f, U) soit un voisinage de $\mathfrak{p}$ dans W et que $\tau_{\mathfrak{q}}(f_{\mathfrak{q}})a_{\mathfrak{q}} = \tau_{\mathfrak{q}}(s_{\mathfrak{q}})$ pour tout $\mathfrak{q}$ de O(f, U),$f_{\mathfrak{q}}$ et $s_{\mathfrak{q}}$ désignant les germes de f et s dans la fibre de $\mathfrak{F}$ en $\omega(\mathfrak{q})$.

**Espaces Modules**

Soient $\mathfrak{F}$ un faisceau d'anneaux commutatifs unitaires sur un espace topologique X, $\mathfrak{M}$ un faisceau de modules sur $\mathfrak{F}$, de base X ( ie: les $\mathfrak{M}(U)$ sont des $\mathfrak{F}$ (U)-modules pour tout ouvert U de X ); soit $\psi$ une application continue de X dans un espace topologique Y; l'image directe de $\mathfrak{M}$,notée $\psi_*(\mathfrak{M})$ est un faisceau de $\psi_*(\mathfrak{F})$- modules. Dans ce qui suit on fixe le faisceau d'anneaux $\mathfrak{F}$, appelé le faisceau structural de X et noté par $\Theta_X$ . Soit $\mathcal{C}$ la catégorie dont les objets sont les paires (X, $\mathfrak{M}$)et l'ensemble $Hom_{\mathcal{C}}$ ( (X,$\mathfrak{M}$),( X',$\mathfrak{M}$')) constitué des paires (u,h) avec $u \in Hom_{Espann}(\Theta_X, \Theta_{X'})$ et h un u-morphisme de $\mathfrak{M}'$ dans $u_*(\mathfrak{M})$; soit $\mathcal{C}_1$ la sous catégorie de $\mathcal{C}$ formée des paires (X, $\mathfrak{M}$) telles que $\Theta_X$ soit un objet de Espannloc et comme morphismes les paires ci-dessus, h induisant un homomorphisme local sur chaque fibre. Appelons encore J l'injection canonique de $\mathcal{C}_1$ dans $\mathcal{C}$.

Le second résultat est le suivant:

**Théorème B** Le foncteur J de $\mathcal{C}_1$ dans $\mathcal{C}$ admet un foncteur adjoint $J^*$ de $\mathcal{C}$ dans $\mathcal{C}_1$.

Je vous remercie pour votre attention.

**Académie Hassan II des Sciences et Techniques**
**Km 4, Avenue Mohammed VI - Rabat**

**Tél : 0537 63 53 77**
**Fax : 0537 75 81 71**

**Site internet :**

**http://www.academiesciences.ma**